

Raport stiintific privind implementarea proiectului

Aproximare prin operatori neliniari max-produs si prin metode tip distanta in teoria numerelor fuzzy, aplicate la procesarea semnalului si a imaginii

(PN-II-ID-PCE-2011-3-0861)

in perioada ianuarie – decembrie 2014

Colectivul echipei de cercetare este format din Adrian Ioan Ban, profesor universitar, Alexandru Mihai Bica, profesor universitar, Lucian Coroianu, asistent universitar si Sorin Gal, profesor universitar, toti de la Departamentul de Matematica si Informatica, Universitatea din Oradea.

Citeva dintre lucrarile elaborate in aceasta etapa, au fost scrise in colaborare internationala cu Barnabas Bede, de la DigiPen Institute of Technology, Department of Mathematics, Redmond, WA, U.S.A. , Marek Gagolewski si Przemyslaw Grzegorzewski de la Institutul de Cercetarea Sistemelor al Academiei Poloneze de Stiinte si de la Facultatea de Matematica si Informatica a Universitatii Tehnice din Varsovia, Luciano Stefanini de la Universitatea "Carlo Bo" din Urbino, Aireza Khastan de la Institutul Pentru Studii Avansate in Stiinte Fundamentale din Zanzan, Iran, M. Adabitar Firozja de la Universitatea Azad (denumirea in engleza este Qaemshahr Branch, Islamic Azad University) din Iran si Tahereh Houliari de la Universitatea Damghan din Iran.

In aceasta etapa, membrii echipei de cercetare au abordat teme legate de obiectivele 1, 2, 4, 8, 9, 10, 13, 14, 16 si 17 din proiectul propus. Au fost publicate sau acceptate pentru publicare un numar de 10 lucrari, dintre care 7 indexate ISI, 1 intr-o revista recenzata in Mathematical Reviews si Zentralblatt fur Mathematik (de renume in teoria aproximarii), 1 in ISI Proceedings si 1 in Proceedings publicat la editura Springer-Verlag, 2014. De asemenea, in cursul anului 2014 au fost elaborate si trimise spre publicare un numar de 7 lucrari, pentru care se asteapta deciziile referentilor. In plus, a fost continuata activitatea de redactare a celor doua monografii de cercetare preconizate a fi publicate in cadrul proiectului, la editurile "Imperial College Press, World Scientific Publisher" si "Springer" si sunt in diferite stadii de elaborare alte 4 articole.

Privind participarile la conferinte si seminarii de cercetare internationale si nationale in 2014, mentionam urmatoarele participari ale lui Lucian Coroianu :

a) in perioada 13.05.2014-02.08.2014 a fost profesor invitat la institutul "Research Systems Institute of the Polish Academy of Sciences" din Varsovia, ocazie cu care a prezentat doua prelegeri privind rezultatele recente obtinute in cadrul proiectului, in aproximarea numerelor fuzzy, intitulate

"Recent results in the ranking of fuzzy numbers", (in 26.05.2014, la institutul mentionat) si "Standard and interactive arithmetic on fuzzy numbers" (in 10.06.2014, la facultatea de Matematica si Informatica a Universitatii Tehnice din Varsovia.

b) in perioada 15-19 iulie 2014 a participat la "**15th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Montpellier, France**", ocazie cu care a prezentat o lucrare privind ordonarea numerelor fuzzy, scrisa in colaborare cu Adrian I. Ban (lucrare aparuta ulterior in proceeding-ul conferintei, publicat la Springer-Verlag, 2014, vezi lucrarea B2).

c) in perioada 18-21 septembrie 2014, a participat cu o prezentare la conferinta CAIM 2014 (sub egida ROMAI) desfasurata la Bacau, ocazie cu care a primit premiul "Adelina Georgescu" in matematicile aplicate, pentru lucrarile privind aproximarea numerelor fuzzy.

Toate lucrarile mentionate mai jos se gasesc pe CD-ul anexat raportului stiintific.

Prezentarea lucrarilor aferente etapei 2014

A. Lucrari ISI publicate sau acceptate pentru publicare

1. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation of fuzzy numbers by max-product Bernstein operators, *Fuzzy Sets and Systems*, 257 (2014), pp. 41-66, factor de impact 2.263, Scor Relativ Influenta 1.2 ; (vezi fisierul **A1.PDF** de pe CD).

In aceasta lucrare se considera aproximarea numerelor fuzzy cu operatori max-produs de tip Bernstein, cu conservarea diferitelor caracteristici ale lor, precum ambiguitatea, valoarea de expectanta, intervalul de expectanta, largimea, miezul, etc. Apoi, se deduce ordinul de aproximare $1/n$ in norma din spatiul $L1$. Se raspunde astfel obiectivelor 8, 10, 13 si 14 din proiect.

2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation and inverse results for the Bernstein max-product operator, *Periodica Mathematica Hungarica*, 69 (2014), pp. 126-133, factor de impact 0.379, Scor Relativ Influenta 0.577; (vezi fisierul **A2.PDF** de pe CD).

Se arata ca ordinul de saturatie pentru operatorul max-produs Bernstein este $1/n$, functiile constante fiind singurele care au ordin de aproximare esential mai mic decit $1/n$. Apoi, se arata ca pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare $1/n$, sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

3. Gal, S.G., A possibilistic approach of the max-product Bernstein kind operators, *Results in Mathematics*, 65 (2014), pp. 453-462, factor de impact 0.642, Scor Relativ Influenta 0.603 (vezi fisierul **A3.PDF** de pe CD).

Prin analogie cu abordarea probabilistica a polinoamelor Bernstein clasice, in aceasta lucrare mai intii dam o demonstratie a uniform convergentei pentru operatorul max-produs tip Bernstein, folosind teoria posibilitatii. Aceasta noua abordare, care interpreteaza operatorii max-produs Bernstein ca si valoarea de expectanta posibilistica a unei distributii posibilistice Bernoulli, nu ofera doar o buna justificare a acestui operator max-produs, dar de asemenea permite extinderea metodei si la alti operatori max-produs de tip Bernstein. Se raspunde astfel obiectivelor 1, 2, 3 si 5 din proiect.

4. Coroianu, L. , Gal, S.G., Localization results for the Bernstein max-product operator, *Applied Mathematics and Computation* 231 (2014), pp. 73-78, factor de impact 1.672, Scor Relativ Influenta 0.740 ;(vezi fisierul **A4.pdf** de pe CD).

In clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare pentru operatorul max-produs Bernstein: daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci pentru n suficient de mare, operatorul max-produs Bernstein de gradul n atasat functiei f , coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Bernstein atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avind aplicatii potentiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

5. Ban, A. and Coroianu, L., Existence, uniqueness and continuity of trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition, *Fuzzy Sets and Systems*, 257 (2014), pp. 3-22, factor de impact 2.263, Scor Relativ Influenta 1.268 ;(vezi fisierul **A5.pdf** de pe CD).

Caracterizam multimea parametrilor reali asociati unui numar fuzzy, reprezentati intr-o forma generala care include cele mai importante caracteristici, cu proprietatea ca exista cel putin un numar fuzzy trapezoidal care pastreaza parametrul considerat. De asemenea, sunt studiate probleme de unicitate si proprietati de continuitate, obiectivele 9 si 12 din propunerea de proiect fiind astfel atinse.

6. Coroianu, L., Necessary and sufficient conditions for the equality of the interactive and non-interactive sums of two fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems* (in press), doi: 10.1016/j.fss.2014.10.026, factor de impact 2.263, Score Relativ Influenta 1.268) ; vezi fisierul **A6.pdf** de pe CD).

Aritmetica fuzzy bazata pe principiul extinderii al lui Zadeh, are uneori dezavantajul ca anumite proprietati care functioneaza in cazul operatiilor uzuale nu se pot extinde pentru cazul numerelor fuzzy. De aceea, multi autori au incercat sa inlocuiasca principiul extinderii prin utilizarea normelor triunghiulare, aceasta fiind o abordare chiar mai generala. Recent, aceasta metoda a fost extinsa mai departe folosindu-se asa-numitele distributii de posibilitate. In aceasta lucrare, in cazul adunarii, se gasesc conditii necesare si suficiente ca adunarea standard a doua numere fuzzy si adunarea bazata pe distributii de posibilitate (joint possibility distribution function) sa coincida. Astfel se gaseste un raspuns la intrebarea deschisa a lui Fullér, Carlsson si Majlander. Acest articol atinge o parte din obiectul 16 din propunerea de proiect deoarece distributiile de posibilitate se pot construi in particular folosind operatori de agregare.

7. Ban, A.I. and Coroianu, L., Simplifying the search for effective ranking of fuzzy numbers, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (in press), doi:10.1109/TFUZZ.2014.2312204, factor de impact 6.306, Scor Relativ Influenta 3.199 ; vezi fisierul **A7.pdf** de pe CD).

Aratam ca in majoritatea cazurilor un index de ordonare poate fi redus la un index de ordonare cu o forma foarte simpla si care genereaza o ordine echivalenta pe multimea numerelor fuzzy. Pe multimea numerelor fuzzy trapezoidale acesti indecsi de ordonare pot fi determinati efectiv si, in plus, pot fi extinsi pentru a ordona numere fuzzy oarecare. Articolul aduce o contributie foarte importanta pentru indeplinirea obiectivului 11 din propunerea de proiect.

B. Lucrari publicate sau acceptate in Proceeding-uri sau in reviste recenzate in Math. Reviews si Zentr. fur Mathematik

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the non-truncated max-product sampling operators based on Fejer and Sinc-type kernels, *Demonstration Mathematica*, Walter der Gruyter Publ., accepted for publication in issue 3 or 4 of volume 48 (2015) , SCImago Journal Rank (SJR): 0.189 (vezi fisierul **B1.pdf** de pe CD).

Pentru operatorii netrunchiati max-produs bazati pe nucleele de tip sinc si Fejer, in clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare: daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci, pentru n suficient de mare, operatorul max-produs de gradul n atasat functiei f coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avand aplicatii potentiale in teoria semnalelor. Se raspunde obiectivelor 1, 4 si 17 din proiect.

2. Ban, A.I. and Coroianu, L., Characterization of the ranking indices of triangular fuzzy numbers, A. Laurent et al. (Eds.), *IPMU 2014, Part II, Communications in Computer and Information Science*, vol. 443, pp. 254-263, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2014. (vezi fisierul **B2.pdf** de pe CD).

Abstractie facand de ordonari echivalente reusim sa caracterizam indecsii de ordonare definiti pe numere fuzzy triunghiulare si care verifica cerintele de baza (ale lui Wang si Kerre) in ordonarea numerelor fuzzy. Articolul contribuie la indeplinirea obiectivului 11 din propunerea de proiect.

3. Coroianu, L., Gagolewski, M., Grzegorzewski, P., Adabitar Firozja, M., Houlari, T., Piecewise linear approximation of fuzzy numbers preserving the support and core, A. Laurent et al. (Eds.), *IPMU 2014, Part II, Communications in Computer and Information Science*, vol. 443, pp. 244-253, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2014. (vezi fisierul **B3.pdf** de pe CD).

In aceasta lucrare se determina algoritmi prin care se calculeaza aproximarea numerelor fuzzy prin numere fuzzy segmentar liniare cu cate 2 segmente pe fiecare functie de nivel si care conserva atat suportul cat si nucleul. Aplicatiile se obtin generand numere fuzzy cu ajutorul distributiilor beta respectiv Euler. Lucrarea contribuie la indeplinirea obiectivului 8 din propunerea de proiect.

C. Lucrari trimise spre publicare

1. Ban, A.I., Coroianu, L. and Khastan, A., Conditioned weighted L-R approximations of fuzzy numbers, 34 pagini. (vezi fisierul **C1.pdf** de pe CD)

In aceasta lucrare se introduc numerele fuzzy extinse de tip L-R. Apoi in raport cu o metrica ponderata de tip L^2 si tinand cont de functiile L si R se generalizeaza parametri importanti cum ar fi ambiguitatea, valoarea, intervalul de expectanta sau miezul. Apoi se arata ca in raport cu oricare din acesti parametri exista o unica aproximare prin numere fuzzy de tip L-R care conserva parametrul respectiv. Mai mult se propun si algoritmi pentru a calcula aceste aproximari. Lucrarea generalizeaza atat aproximarea trapezoidala cat si cea parametrica din moment ce numerele fuzzy trapezoidale respectiv parametrice sunt cazuri particulare de numere fuzzy de tipul L-R. Lucrarea contribuie la indeplinirea obiectivului 8 din propunerea de proiect.

2. Ban, A.I. and Coroianu, L., Symmetric triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition and properties, 24 pagini. (vezi fisierul **C2.pdf** de pe CD)

Se determina clasa parametrilor reali scrisi intr-o forma generala si care in particular ne dau caracteristicile importante, cu proprietatea ca exista cel putin un numar fuzzy simetric triunghiular si care conserva acest parametru. Se demonstreaza apoi unicitatea aproximarii ce conserva acest parametru precum si in plus se determina si metoda de calcul a aproximarii. In final se studiaza proprietatile de invarianta fata de scalari si translatii, aditivitatea si continuitatea operatorilor de aproximare obtinuti. Lucrarea contribuie la indeplinirea obiectivelor 8 si 9 dar si a obiectivului 12 inlocuind acolo clasa numerelor fuzzy trapezoidale cu clasa numerelor fuzzy simetrice triunghiulare.

3. Coroianu, L., Stefanini, L., General approximation of fuzzy numbers by F-transform. (vezi fisierul **C3.pdf** de pe CD)

Se demonstreaza ca transformata fuzzy (F-transform pe scurt) conserva suportul unui numar fuzzy, conserva in limita nucleul unui numar fuzzy si conserva cvasi-concavitata. Astfel, normalizand aproximarea generam numere fuzzy care pe langa convergenta uniforma liniara, in plus conserva si caracteristicile importante ale numerelor fuzzy. Sunt prezentate si simulari care depind de diviziunea folosita pentru a construi transformata fuzzy. E important de mentionat ca ideea acestui articol a aparut dupa o intalnire cu Luciano Stefanini la conferinta IPMU 2012 unde participarea lui Lucian Coroianu a fost posibila prin sprijin financiar din proiect. Rezultatele sunt in stransa legatura 8.9, 13 si 14 din proiect dar trebuie sa mentionam ca se foloseste o metoda noua. Pe viitor merita facute studii comparative intre diferitele metode de aproximare prin operatori de aproximare.

4. Coroianu, L., Gagolewski, M. and Grzegorzewski, P., Piecewise linear approximation of fuzzy numbers-a discussion on algorithms, arithmetic operations and stability of fuzzy number characteristics, 32 pagini. (vezi fisierul **C4.pdf** de pe CD)

Se generalizeaza numerele fuzzy segmentar liniare considerand de acesata data n segmente pe fiecare functie de nivel. Se propun algoritmi de calcul pentru aproximarea (exista si este unica) in raport cu metrica Euclidiană. Un algoritm este liniar dar convergenta deocamdata este demonstrata statistic. Pentru operatorul de aproximare se demonstreaza invarianta fata de scalari respectiv translatii precum si faptul ca sunt neexpansivi. Apoi, cand n tinde la infinit se demonstreza convergenta sirului de aproximari in raport cu metrica Euclidiană precum si convergenta in raport cu caracteristicile importante. Lucrarea contribuie la indeplinirea obiectivelor 8 si 9 din propunerea de proiect. In plus corespunde si obiectivelor 13 si 14 din proiect cu aceeasi mentiune ca mai sus si anume ca se foloseste o metoda noua.

5. Coroianu, L., On the continuity of solutions of quadratic programs, 22 pagini. (vezi fisierul **C5.pdf** de pe CD)

Majoritatea operatorilor de aproximare fuzzy propusi in ultima vreme verifica proprietatea ca sunt aditivi si pozitiv omogeni pe portiuni in sensul ca spatiul numerelor fuzzy este acoperit de o familie de conuri convexe si pe fiecare astfel de con operatorul de aproximare este aditiv si pozitiv omogen. Se observa ca aproximanta se poate obtine ca si solutie a unei probleme de optimizare cuadratica (quadratic program). In aceasta lucrare se studiaza probleme de

optimizare cuadratica pentru a gasi ulterior rezultate privind comportamentul operatorilor de aproximare fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 9 din proiect.

6. Ban, I. A., Coroianu, L. Existence, uniqueness, calculus and properties of fuzzy approximation of fuzzy numbers (vezi fisierul **C6.pdf** de pe CD)

Se determina clasa parametrilor reali scrisi intr-o forma generala si care in particular ne dau caracteristicile importante, cu proprietatea ca exista cel putin un numar fuzzy triunghiular si care conserva acest parametru. Pentru operatorul de aproximare obtinut se studiaza proprietatile de invariant fata de scalar si translatii precum si continuitatea. Lucrarea contribuie la realizarea obiectivelor 8, 9 si 12 din proiect.

7. Bica A., Coroianu, L. and Gal, S.G., Weierstrass functions of max-product type (vezi fisierul **C7.pdf** de pe CD).

Plecind de la clasicele functii Weierstrass nediferentiabile peste tot, in lucrare se introduc functiile max-produs Weierstrass, pentru care se demonstreaza ca multimea punctelor de nediferentiabilitate este infinita, nenumarabila, nicaieri densa si de masura Lebesgue zero. De asemenea, se studiaza si anumite proprietati de fractalitate ale acestor functii max-produs Weierstrass. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

D. Monografiile de cercetare in curs de elaborare in anul 2014

1. Lucian Coroianu si Sorin Gal (in colaborare cu Barnabas Bede) au realizat aproximativ **95%** (mai exact 334 pagini, vezi fisierul **D1.pdf** de pe CD) din manuscrisul monografiei de cercetare "Approximation by Max-Product Type Operators and Applications", solicitata de catre seria "Approximation and Decomposition" a editurii "Imperial College Press, World Scientific Publisher" (vezi fisierele **ICP_Invitation.htm** si **ICP.doc** de pe CD).

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in cursul anului 2015.

2. Adrian Ioan Ban si Lucian Coroianu (in colaborare cu Przemyslaw Grzegorzewski) au realizat aproximativ **75%** din monografia de cercetare „Approximations of fuzzy numbers and their applications”, pregatita pentru a fi publicata la editura Springer, in seria „Studies in Fuzziness and Soft Computing”. In acest moment manuscrisul are 360 pagini (vezi fisierul **D2.pdf** de pe CD).

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in anul 2015.

E. Lucrari in curs de elaborare in anul 2014

1. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation and shape preserving properties of the tensor max-product Bernstein operator of two variables in a square with applications to image processing.
2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the Meyer-Konig and Zeller max-product operator.
3. Ban, A.I. and Coroianu, L., Discontinuity of the trapezoidal fuzzy number-valued operators preserving alpha-cut.
4. Ban, A. and Coroianu, L., Trapezoidal approximation preserving the centroid of fuzzy numbers and applications to multicriteria decision making.

Director proiect,
Prof. univ. dr. Sorin G. Gal