

## ***Raport stiintific privind implementarea proiectului***

### **Aproximare prin operatori neliniari max-produs si prin metode tip distanta in teoria numerelor fuzzy, aplicate la procesarea semnalului si a imaginii**

(PN-II-ID-PCE-2011-3-0861)

*in perioada ianuarie – decembrie 2012*

Colectivul permanent al proiectului este format din Adrian Ioan Ban, profesor universitar, Lucian Coroianu, asistent universitar si student doctorand si Sorin Gal, profesor universitar, toti de la Departamentul de Matematica si Informatica, Universitatea din Oradea.

La acestia, s-a adaugat ca si membru temporar, doar pentru perioada 10 octombrie – 15 decembrie 2012 (angajat prin concurs intr-un post vacant de cercetator, anuntat pe portalurile [www.ancs.ro/jobs](http://www.ancs.ro/jobs) și [www.euraxess.ro](http://www.euraxess.ro), in conformitate cu Art.10, punctul 21 din contractul proiectului), Alexandru Mihai Bica, profesor universitar in cadrul aceluiasi department.

Citeva dintre lucrarile elaborate in aceasta etapa, au fost scrise in colaborare internationala cu Barnabas Bede, de la DigiPen Institute of Technology, Department of Mathematics, Redmond, WA, U.S.A. si cu Przemyslaw Grzegorzewski de la Institutul de Cercetarea Sistemelor al Academiei Polonoze de Stiinte si de la Facultatea de Matematica si Informatica a Universitatii Tehnice din Varsovia.

In aceasta etapa, membrii echipei de cercetare au abordat teme legate de obiectivele 1, 2, 4, 8, 9, 10, 13, 14, 16 si 17 din proiectul propus. Au fost publicate sau acceptate pentru publicare un numar de 10 lucrari, dintre care 8 indexate ISI, una intr-o revista a Editurii Academiei Romane (singura revista din tara dedicata exclusiv teoriei aproximarii), una intr-o revista recenzata in Mathematical Reviews si Zentralblatt fur Mathematik (de renume in teoria aproximarii). De asemenea, in cursul anului 2012 au fost elaborate si trimise spre publicare un numar de 8 lucrari, pentru care se asteapta deciziile referentilor. In plus, a fost continuata activitatea de redactare a celor doua monografii de cercetare preconizate a fi publicate in cadrul proiectului, la editurile "Imperial College Press, World Scientific Publisher" si "Springer" si sunt in diferite stadii de elaborare alte 5 articole. Privind participarile la conferinte internationale in 2012, mentionam participarea lui Adrian Ioan Ban si a lui Lucian Coroianu, la o sesiune speciala dedicata numerelor fuzzy din cadrul „International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, Iulie 2012, din Catania, Italia, cu lucrarile „Metric properties of the extended weighted semi-trapezoidal approximations of fuzzy numbers and their applications”, si „Weighted semi-trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving the weighted ambiguity”. Lucrarile au aparut ulterior in (ISI) Proceedings , Part III, [Communications in Computer and Information Science](#), vol. 299, editura Springer, 2012, ISBN 978-3-642-31717-0, la paginile 29-38 si 49-58.

Toate lucrarile mentionate mai sus se gasesc pe CD-ul anexat raportului stiintific.

### **Prezentarea lucrarilor aferente etapei 2012**

#### **A. Lucrari ISI publicate sau acceptate pentru publicare**

1. Coroianu, L., Lipschitz functions and fuzzy number approximations, Fuzzy Sets and Systems, 200 (2012), 116-135, factor de impact **1.759**; (vezi fisierul **A1.pdf** de pe CD).

In aceasta lucrare se obtine o caracterizare a functiilor Lipschitz continue definite pe spatiul numerelor fuzzy si care iau valori numere fuzzy. Folosind aceasta caracterizare se determina cea mai buna constanta Lipschitz a operatorului de aproximare trapezoidala care conserva ambiguitatea si valoarea. Apoi, se foloseste acest rezultat pentru a calcula cu o eroare rezonabila aproximarea trapezoidala care

conserva ambiguitatea si valoarea pentru cazul cand algoritmul direct nu se poate aplica, iar in final se obtine o estimare pentru defectul de aditivitate al operatorului in discutie. Se raspunde astfel obiectivelor 9 (partial) si 10 din proiect.

2. Ban, A.I. and Ban, O., Optimization and extensions of a fuzzy multicriteria decision making method and applications to selection of touristic destinations, *Expert Systems with Applications*, 39 (2012), 7216-7225, factor de impact 2.203; (vezi fisierul **A2.pdf** de pe CD).

In lucrare este optimizata si extinsa o metoda de teoria deciziei cu date de intrare numere fuzzy. Unele rezultate recente de aproximare a numerelor fuzzy triunghiulare sau trapezoidale sunt folosite in aceasta lucrare. Metoda propusa este aplicata in probleme de selectare a destinatiilor turistice, iar tematica se incadreaza in obiectivul 16 din propunerea de proiect.

3. Farhadinia, B. and Ban, A.I., Developing new similarity measures of generalized intuitionistic fuzzy numbers and generalized interval-valued fuzzy numbers from similarity measures of generalized fuzzy numbers, *Mathematical and Computer Modelling*, in press, doi:10.1016/j.mcm.2012.09.010, factor de impact 1.346 (vezi fisierul **A3.pdf** de pe CD).

In lucrare sunt propuse metode de extindere a masurilor de similaritate a numerelor fuzzy trapezoidale la cazul numerelor fuzzy intuitioniste si la cel al numerelor fuzzy trapezoidale cu valori interval. Rezultatele obtinute corespund obiectivului 16 din propunerea de proiect.

4. Ban, A. and Coroianu, L., Nearest interval, triangular and trapezoidal approximations of a fuzzy number preserving ambiguity, *International Journal of Approximate Reasoning*, 53 (2012), 805-836, factor de impact 1.948 (vezi fisierul **A4.pdf** de pe CD).

In lucrare sunt rezolvate problemele aproximarii numerelor fuzzy prin interval reale, numere fuzzy triunghiulare, numere fuzzy triunghiulare simetrice, numere fuzzy trapezoidale si numere fuzzy trapezoidale simetrice, in raport cu o distanta de tip Euclid intre numere fuzzy si cu conditia conservarii ambiguitatii, un parametru real important, atasat numerelor fuzzy. Obiectivul 8 din propunerea de proiect este astfel abordat.

5. Balaj, M., Coroianu, L., Gal, S. G. and Muresan, S., Iterations and fixed points for the Bernstein max-product operator, *Fixed Point Theory (Cluj)*, **16 pagini**, acceptata pentru publicare, factor de impact 1.030 (vezi fisierul **A5.pdf** de pe CD)

In aceasta lucrare se studiaza proprietatile de aproximare ale iteratelor operatorului max-produs Bernstein (analoagele proprietatilor clasice ale lui Kelisky-Rivlin pentru polinoamele lui Bernstein), punctele fixe ale operatorului max-produs Bernstein si convergenta iteratelor Ishikawa ale operatorului max-produs Bernstein. Se raspunde astfel obiectivului 2 din proiect.

6. Ban, A., Bica, A. and Coroianu, L., Metric properties of the extended weighted semi-trapezoidal approximations of fuzzy numbers and their applications, S. Greco et al. (Eds.), *IPMU 2012, Part III, Advances in Computational Intelligence, Communications in Computer and Information Science (ISI Proceedings)*, vol. 299, pp. 29-38, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012; (vezi fisierul **A6.pdf** de pe CD)

Aproximarea semi-trapezoidala extinsa a unui numar fuzzy dat, relativ la distante ponderate de tip Euclid, este calculate in acest articol. Proprietati metrice importante, generalizari ale celor existente si cu aplicabilitate in rezolvarea unor probleme de aproximare a numerelor fuzzy sunt demonstrate. Tema se incadreaza in obiectivul 8 din proiect.

7. Ban, A. and Coroianu, L., Weighted semi-trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving the weighted ambiguity, S. Greco et al. (Eds.), IPMU 2012, Part III, Advances in Computational Intelligence, Communications in Computer and Information Science (ISI Proceedings), vol. 299, pp. 49-58, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012; (vezi fisierul **A7.pdf** de pe CD)

Teorema Karush-Kuhn-Tucker si proprietatile metrice demonstrate in articolul prezentat mai sus sunt folosite la calculul aproximarii semi-trapezoidale ponderate a unui numar fuzzy cu conditia conservarii ambiguitatii ponderate. Metoda este mai generala decat abordarile existente si poate fi aplicata si altor tipuri de aproximare a numerelor fuzzy. Tema se incadreaza in obiectivul 8 din proiect.

8. Coroianu, L., Gagolewski, M. and Gzegorzewski, P., Nearest piecewise linear approximation of a fuzzy number, **40 pagini**, acceptata dupa o revizie minora, Fuzzy Sets and Systems, factor de impact 1,759 (vezi fisierul **A8.pdf** de pe CD).

In aceasta lucrare introducem clasa de numere fuzzy segmentar liniare cu cate 2 segmente pe fiecare functie de nivel astfel incat nodul in care se trece de la o reprezentare liniara la cealalta sa fie acelasi pentru toate elementele clasei. Pentru un numar fuzzy fixat se determina cea mai buna aproximanta din aceasta clasa in raport cu distanta Euclidiană, iar apoi se gaseste un proces de convergenta spre cea mai buna aproximare posibila cand nodul este arbitrar in intervalul  $[0,1]$ . In final se studiaza proprietatile operatorului de aproximare obtinut. Aceasta lucrare poate fi continuata cu studiul cazului general cand se considera un numar arbitrar de noduri, tema fiind in derulare. Se raspunde astfel obiectivelor 8 si 9 din proiect.

### **B. Lucrari publicate sau acceptate in reviste recenzate in Math. Reviews si Zentr. fur Mathematik**

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the Lagrange max-product interpolation operator based on equidistant knots, Revue d'Anal. Numer. Theor. Approx. (Cluj), 16 pagini, Editura Academiei Romane, acceptata pentru publicare (revista din Romania dedicata exclusiv teoriei aproximarii si foarte cunoscuta de catre matematicienii straini care lucreaza in domeniu) (vezi fisierul **B1.pdf** de pe CD).

In aceasta lucrare, se arata ca ordinul de saturatie pentru operatorul max-produs de interpolare Lagrange pe noduri echidistante este  $1/n$ , functiile constante fiind singurele care au ordin de aproximare esential mai mic decit  $1/n$ . Apoi, se arata ca pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare  $1/n$ , sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Global smoothness preservation by some nonlinear max-product operators, Matematicki Vesnik, 64 (2012), No. 4, 303-315 (revista cu renume in domeniul teoriei aproximarii). (vezi fisierul **B2.pdf** de pe CD).

In aceasta lucrare se studiaza problema conservarii pariale a netezimii globale in cazul operatorului de aproximare max-produs Bernstein, in cazul operatorului de interpolare max-produs Hermite-Fejer, in cazul operatorului de interpolare Lagrange max-produs bazat pe nodurile lui Chebyshev de speta 1-a si in cazul operatorului de interpolare Lagrange max-produs bazat pe nodurile lui Chebyshev de speta a 2-a. Se raspunde astfel obiectivului 2 din proiect.

### **C. Lucrari trimise spre publicare**

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the truncated max-product sampling operators based on sinc and Fejer-type kernels, 19 pagini (vezi fisierul **C1.pdf** de pe CD)

Pentru operatorii trunchiati max-produs bazati pe nucleeele de tip sinc si Fejer, mai intai se obtine ordinul de saturatie  $1/n$ , astfel ca doar functiile constante au ordin de aproximare esential mai bun. Apoi, se

demonstreaza ca, pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare  $1/n$ , sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. In clasa functiilor strict pozitive, pentru acesti operatori max-produs se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare: daca  $f$  si  $g$  coincid pe un subinterval strict, atunci, pentru  $n$  suficient de mare, operatorul max-produs de gradul  $n$  atasat functiei  $f$  coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs atasat functiei  $g$ . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avand aplicatii potentiale in teoria semnalelor. Se raspunde astfel obiectivelor 1, 4 si 17 din proiect.

2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation and inverse results for the Bernstein max-product operator, 10 pagini (vezi fisierul **C2.pdf** de pe CD)

Se arata ca ordinul de saturatie pentru operatorul max-produs Bernstein este  $1/n$ , functiile constante fiind singurele care au ordin de aproximare esential mai mic decit  $1/n$ . Apoi, se arata ca pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare  $1/n$ , sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

3. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the Bernstein max-product operator, 10 pagini (vezi fisierul **C3.pdf** de pe CD)

In clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare pentru operatorul max-produs Bernstein: daca  $f$  si  $g$  coincid pe un subinterval strict, atunci pentru  $n$  suficient de mare, operatorul max-produs Bernstein de gradul  $n$  atasat functiei  $f$ , coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Bernstein atasat functiei  $g$ . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avind aplicatii potentiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

4. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G. Approximation of fuzzy numbers by max-product Bernstein operators, 30 pagini (vezi fisierul **C4.pdf** de pe CD)

In aceasta lucrare se considera aproximarea numerelor fuzzy cu operatori max-produs de tip Bernstein, cu conservarea diferitelor caracteristici ale lor, precum ambiguitatea, valoarea de expectanta, intervalul de expectanta, largimea, miezul, etc. Apoi, se deduce ordinul de aproximare  $1/n$  in norma din spatiul  $L1$ . Se raspunde astfel obiectivelor 10, 13 si 14 din proiect.

5. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the max-product Meyer- Konig and Zeller operator, 13 pagini (vezi fisierul **C5.pdf** de pe CD)

In clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza pentru operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller, urmatorul rezultat puternic de localizare: daca  $f$  si  $g$  coincid pe un subinterval strict, atunci pentru  $n$  suficient de mare, operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller de gradul  $n$  atasat functiei  $f$ , coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller atasat functiei  $g$ . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avind aplicatii potentiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivelor 1 si 13 din proiect.

6. Coroianu, L., On the continuity of solutions of quadratic programs, 22 pagini (vezi fisierul **C6.pdf** pe CD)

Majoritatea operatorilor de aproximare fuzzy propusi in ultima vreme verifica proprietatea ca sunt aditivi si pozitiv omogeni pe portiuni in sensul ca spatiul numerelor fuzzy este acoperit de o familie de conuri convexe si pe fiecare astfel de con operatorul de aproximare este aditiv si pozitiv omogen. Se observa ca aproximanta se poate obtine ca si solutie a unei probleme de optimizare cuadratica (quadratic program). In aceasta lucrare se studiaza probleme de optimizare cuadratica pentru a gasi ulterior rezultate

privind comportamentul operatorilor de aproximare fuzzy. O proprietate importanta a operatorilor de aproximare fuzzy este cea de continuitate Lipschitz, consecinta a faptului ca ei se pot obtine din probleme de optimizare cuadratica cu parametri. Am demonstrat ca, in anumite conditii, pentru aceste probleme functia solutie admite o estimare Lipschitz in functie de parametri. Acest rezultat implica proprietatea de continuitate a unei clase mari de operatori de aproximare fuzzy. Rezultatele din aceasta lucrare vor fi aplicate pentru operatorii de aproximare fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 9 din proiect.

7. Ban, A. and Coroianu, L., Existence, uniqueness and continuity of trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition, 34 pagini (vezi fisierul **C7.pdf** de pe CD).

Caracterizam multimea parametrilor reali asociati unui numar fuzzy, reprezentati intr-o forma generala care include cele mai importante caracteristici, cu proprietatea ca exista cel putin un numar fuzzy trapezoidal care pastreaza parametrul considerat. De asemenea, sunt studiate probleme de unicitate si proprietati de continuitate, obiectivele 9 si 12 din propunerea de proiect fiind astfel atinse.

8. Ban, A., Weighted semi-trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving the alpha-level and mean core, 21 pagini (vezi fisierul **C8.pdf** de pe CD).

In acest articol este propusa o metoda de calcul a numarului fuzzy semi-trapezoidal cel mai apropiat de un numar fuzzy dat, in sensul unei distante ponderate de tip Euclid, astfel incat o multime de nivel alpha si mijlocul multimii de nivel 1 sa fie pastrate. Un rezultat publicat recent este astfel corectat si generalizat. Tema considerata se incadreaza in obiectivul 8 din propunerea de proiect.

#### **D. Monografiile de cercetare in curs de elaborare in anul 2012**

1. Lucian Coroianu si Sorin Gal (in colaborare cu Barnabas Bede) au realizat aproximativ **90%** (mai exact 334 pagini, vezi fisierul **D1.pdf** de pe CD) din manuscrisul monografiei de cercetare "Approximation by Max-Product Type Operators and Applications", solicitata de catre seria "Approximation and Decomposition" a editurii "Imperial College Press, World Scientific Publisher"(vezi fisierele **ICP\_Invitation.htm** si **ICP.doc** de pe CD).

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in cursul anului 2013.

2. Adrian Ioan Ban si Lucian Coroianu (in colaborare cu Przemyslaw Grzegorzewski) au realizat aproximativ 50% din monografia de cercetare „Approximations of fuzzy numbers and their applications”, pregatita pentru a fi publicata la editura Springer, in seria „Studies in Fuzziness and Soft Computing”. In acest moment manuscrisul are 360 pagini (vezi fisierul **D2.pdf** de pe CD).

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in anul 2014.

#### **E. Lucrari in curs de elaborare in anul 2012**

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation and shape preserving properties of the max-product Bernstein operators of two variables, aprox. 20 pagini.

2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the Lagrange max-product interpolation operator based on equidistant knots, aprox. 10 pagini.

3. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the Meyer-Konig and Zeller max-product operator, aprox. 20 pagini .

4. Ban, A. and Coroianu, L., Symmetric triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition and properties, aprox. 21 pagini.

5. Ban, A. and Coroianu, L., Existence, uniqueness, calculus and continuity of triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition, aprox. 35 pagini.

Director proiect,  
Prof. univ. dr. Sorin G. Gal