

Raport stiintific privind implementarea proiectului

**Aproximare prin operatori neliniari max-produs si prin metode tip
distanta in teoria numerelor fuzzy, aplicate la procesarea semnalului si
a imaginii**

(PN-II-ID-PCE-2011-3-0861)

in perioada 5 octombrie 2011 – 30 noiembrie 2013

Colectivul permanent al proiectului este format din Adrian Ioan Ban, profesor universitar, Lucian Coroianu, asistent universitar si student doctorand (pana in data de 20.09.2013, cand a avut loc sustinerea publica a tezei sale de doctorat) si Sorin Gheorghe Gal, profesor universitar, toti de la Departamentul de Matematica si Informatica, Universitatea din Oradea.

La acestia, s-a adaugat ca membru temporar (angajat prin concurs intr-un post vacant de cercetator, anuntat pe portalurile www.ancs.ro/jobs și www.euraxess.ro, in confomitate cu Art.10, punctul 21 din contractul proiectului), Alexandru Mihai Bica, profesor universitar in cadrul aceluiasi department.

Cateva dintre lucrarile elaborate au fost scrise in colaborare internationala cu Barnabas Bede, (DigiPen Institute of Technology, Department of Mathematics, Redmond, WA, U.S.A.), cu Przemyslaw Grzegorzewski si Marek Gagolewski (Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences & Faculty of Mathematics and Information Science, Warsaw University of Technology, Warsaw, Poland), cu Bahram Farhadinia (Department of Mathematics, Quchan Institute of Engineering and Technology, Iran) si cu Robert Fuller (Institute of Applied Mathematics, John von Neumann Faculty of Informatics, Obuda University, Budapest, Hungary).

Membrii echipei de cercetare au abordat teme legate de toate obiectivele din proiectul propus. Au fost publicate sau acceptate pentru publicare un numar de **20** lucrari, dintre care **11** in reviste indexate Web of Science, in general cu factor de impact si scor de infuenta ridicate, **1** intr-o revista a Editurii Academiei Romane (singura revista din tara dedicata exclusiv teoriei aproximarii) **3** in alte reviste recenzate in Mathematical Reviews si Zentralblatt fur Mathematik, de renume in teoria aproximarii sau teoria semnalului si a imaginii si **5** in proceedings-uri ale unor conferinte internationale de prestigiu (dintre care **3** sunt proceedings-uri ISI) . De asemenea, au fost elaborate si trimise spre publicare un numar de **6** lucrari, pentru care se asteapta deciziile referentilor. In plus, a fost continuata activitatea de redactare a celor doua monografii de cercetare preconizate a fi publicate in cadrul proiectului, la editurile "Imperial College Press, World Scientific Publisher" si "Springer" si sunt in diferite stadii de elaborare alte **10** articole. Privind participarile la conferinte internationale, mentionam participarea cu **5** articole prezentate si publicate in cadrul urmatoarelor conferinte: 14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty, Iulie 2012, Catania, Italia; 8th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, Septembrie 2013, Milano, Italia; 11th IEEE International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Septembrie 2013, Subotica, Serbia; 14th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics, Noiembrie 2013, Budapesta, Ungaria. Volumele publicate sunt sau vor fi indexate Web of Science sau IEEE.

Lista lucrarilor si prezentarea rezultatelor

A. Lucrari publicate sau acceptate pentru publicare in reviste ISI

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the Meyer-Konig and Zeller max-product operator, Numerical Functional Analysis and Optimization, 34(7)(2013), 713-727. (impact factor 0.71, score of relative influence 0.57298)

In clasa functiilor strict pozitive se demonstreaza pentru operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller, urmatorul rezultat puternic de localizare: daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci pentru n suficient de mare, operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller de gradul n atasat functiei f , coincide pe un subinterval oricât de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Meyer- Konig si Zeller atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avind aplicatii potientiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivelor 1, 2 si 13 din proiect.

2. Balaj, M., Coroianu, L., Gal, S. G. and Muresan, S., Iterations and fixed points for the Bernstein max-product operator, Fixed Point Theory (Cluj), 14(2013), No. 1, 39-52 (impact factor 0.779, score of relative influence: 0.238).

In aceasta lucrare se studiaza proprietatile de aproximare ale iteratelor operatorului max-produs Bernstein (analoagele proprietatilor clasice ale lui Kelisky-Rivlin pentru polinoamele lui Bernstein), punctele fixe ale operatorului max-produs Bernstein si convergenta iteratelor Ishikawa ale operatorului max-produs Bernstein. Se raspunde astfel obiectivului 2 din proiect.

3. Coroianu, L., Gal, S.G. and Bede, B., Approximation of fuzzy numbers by max-product Bernstein operators, Fuzzy Sets and Systems, acceptata pentru publicare, accesibila online la <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2013.04.010>. (impact factor 1.759, score of relative influence 1.04973).

In aceasta lucrare se considera aproximarea numerelor fuzzy cu operatori max-produs de tip Bernstein, cu conservarea diferitelor caracteristici ale lor, precum ambiguitatea, valoarea de expectanta, intervalul de expectanta, largimea, nucleul, etc. Apoi, se deduce ordinul de aproximare $1/n$ in norma din spatiul L^1 . Se raspunde astfel obiectivelor 8, 10, 13 si 14 din proiect.

4. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation and inverse results for the Bernstein max-product operator, Periodica Mathematica Hungarica, acceptata pentru publicare (impact factor 0.261, score of relative influence : ---)

Se arata ca ordinul de saturatie pentru operatorul max-produs Bernstein este $1/n$, functiile constante fiind singurele care au ordin de aproximare esential mai mic decit $1/n$. Apoi, se arata ca pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare $1/n$, sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

5. Coroianu, L., Lipschitz functions and fuzzy number approximations, Fuzzy Sets and Systems, 200 (2012), 116-135. (impact factor 1.759, score of relative influence 1.04973).

In aceasta lucrare se obtine o caracterizare a functiilor Lipschitz continue definite pe spatiul numerelor fuzzy si care iau valori numere fuzzy. Folosind aceasta caracterizare se determina cea mai buna constanta Lipschitz a operatorului de aproximare trapezoidală care conserva ambiguitatea si valoarea. Apoi, se foloseste acest rezultat pentru a calcula cu o eroare rezonabila aproximarea trapezoidală care

conserva ambiguitatea si valoarea pentru cazul cand algoritmul direct nu se poate aplica, iar in final se obtine o estimare pentru defectul de aditivitate al operatorului in discutie. Se raspunde astfel obiectivelor 9 si 10 din proiect.

6. Ban, A.I. and Ban, O., Optimization and extensions of a fuzzy multicriteria decision making method and applications to selection of touristic destinations, *Expert Systems with Applications*, 39 (2012), 7216-7225. (impact factor 2.203, score of relative influence 1.02265).

In lucrare este optimizata si extinsa o metoda de teoria deciziei cu date de intrare numere fuzzy. Unele rezultate recente de aproximare a numerelor fuzzy triunghiulare sau trapezoidale sunt folosite in aceasta lucrare. Metoda propusa este aplicata in probleme de selectare a destinatiilor turistice, iar tematica se incadreaza in obiectivul 16 din propunerea de proiect.

7. Farhadinia, B. and Ban, A.I., Developing new similarity measures of generalized intuitionistic fuzzy numbers and generalized interval-valued fuzzy numbers from similarity measures of generalized fuzzy numbers, *Mathematical and Computer Modelling*, 57 (2013), pp. 812-825. (impact factor 1.346, score of relative influence 0.88819).

In lucrare sunt propuse metode de extindere a masurilor de similaritate a numerelor fuzzy trapezoidale la cazul numerelor fuzzy intuitioniste si la cel al numerelor fuzzy trapezoidale cu valori interval. Rezultatele obtinute corespund obiectivului 16 din propunerea de proiect.

8. Ban, A. and Coroianu, L., Nearest interval, triangular and trapezoidal approximations of a fuzzy number preserving ambiguity, *International Journal of Approximate Reasoning*, 53 (2012), 805-836, (impact factor 1.948, score of relative influence 1.13384).

In lucrare sunt rezolvate problemele aproximarii numerelor fuzzy prin interval reale, numere fuzzy triunghiulare, numere fuzzy triunghiulare simetrice, numere fuzzy trapezoidale si numere fuzzy trapezoidale simetrice, in raport cu o distanta de tip Euclid intre numere fuzzy si cu conditia conservarii ambiguitatii, un parametru real important atasat numerelor fuzzy. Obiectivul 8 din propunerea de proiect este astfel abordat.

9. Coroianu, L., Gagolewski, M. and Grzegorzewski, P., Nearest piecewise linear approximation of a fuzzy number, *Fuzzy Sets and Systems*, sub tipar, <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2013.02.005> (impact factor 1.759, score of relative influence 1.04973).

In aceasta lucrare introducem clasa de numere fuzzy segmentar liniare cu cate 2 segmente pe fiecare functie de nivel astfel incat nodul in care se trece de la o reprezentare liniara la cealalta sa fie acelasi pentru toate elementele clasei. Pentru un numar fuzzy fixat se determina cea mai buna aproximanta din aceasta clasa in raport cu distanta Euclidiană, iar apoi se gaseste un proces de convergenta spre cea mai buna aproximare posibila cand nodul este arbitrar in intervalul $[0,1]$. In final se studiaza proprietatile operatorului de aproximare obtinut. Aceasta lucrare poate fi continuata cu studiul cazului general cand se considera un numar arbitrar de noduri, tema fiind in derulare. Se raspunde astfel obiectivelor 8 si 9 din proiect.

10. Ban, A. and Coroianu, L., Existence, uniqueness and continuity of trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition, *Fuzzy Sets and Systems*, in press, <http://dx.doi.org/10.1016/j.fss.2013.07.00434> (impact factor 1.759, score of relative influence 1.04973).

Caracterizam multimea parametrilor reali asociati unui numar fuzzy, reprezentati intr-o forma generala care include cele mai importante caracteristici, cu proprietatea ca exista cel putin un numar fuzzy trapezoidal care pastreaza parametrul considerat. De asemenea, sunt studiate probleme de unicitate si proprietati de continuitate, obiectivele 9 si 12 din propunerea de proiect fiind astfel atinse.

11. Gal, S.G., A possibilistic approach of the max-product Bernstein kind operators, *Results in Mathematics*, in press, DOI:10.1007/s00025-013-0357-z (impact factor 0.508, score of relative influence 0.610)

Prin analogie cu abordarea probabilistica a polinoamelor Bernstein clasice, in aceasta lucrare mai intai dam o demonstratie a convergentei uniforme pentru operatorul max-produs tip Bernstein, folosind teoria posibilitatii. Aceasta noua abordare, care interpreteaza operatorii max-produs Bernstein ca si valoarea de expectanta posibilistica a unei distributii posibilistice Bernoulli, nu ofera doar o justificare buna a acestui operator max-produs, dar, de asemenea, permite extinderea metodei si la alti operatori max-produs de tip Bernstein. Se raspunde astfel obiectivelor 1, 2, 3 si 5 din proiect.

B. Lucrari publicate sau acceptate in reviste recenzate in Math. Reviews si Zentr. fur Mathematik

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation by max-product sampling operators based on sinc-type kernels, *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, 10 (2011), pp. 211-230 (Scimago Journal & Coutry Rank/SJR 0.043) (recenzata in *Mathematical Reviews & Zentralblatt fur Mathematik*).

Introducem si studiem proprietatile de aproximare ale operatorilor trunchiati si netrunchiati max-produs "sampling", bazati pe nucleul lui Whittaker si pe nucleul lui Fejer, obtinand un ordin de aproximare de tip Jackson, mult mai bun decat cel furnizat de catre operatorii "sampling" corespondenti liniari, atasati acestor nuclee. De asemenea, se arata ca operatorii trunchiati max-produs conserva monotonia functiei approximate. Se raspunde obiectivelor 4 si 17 din proiect.

2. Coroianu, L. and Gal, S.G., Global smoothness preservation by some nonlinear max-product operators, *Matematicki Vesnik*, 64 (2012), pp. 303-315 (recenzata in *Mathematical Reviews & Zentralblatt fur Mathematik*).

In aceasta lucrare se studiaza problema conservarii partiale a netezimii globale in cazul operatorului de aproximare max-produs Bernstein, in cazul operatorului de interpolare max-produs Hermite-Fejer, in cazul operatorului de interpolare Lagrange max-produs bazat pe nodurile lui Chebyshev de speta 1-a si in cazul operatorului de interpolare Lagrange max-produs bazat pe nodurile lui Chebyshev de speta a 2-a. Se raspunde astfel obiectivului 2 din proiect.

3. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the truncated max-product sampling operators based on sinc and Fejer-type kernels, *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, Vol. 11(2012), No. 1, pp. 113-132 (Scimago Journal & Coutry Rank/SJR 0.043) (recenzata in *Mathematical Reviews & Zentralblatt fur Mathematik*).

Pentru operatorii trunchiati max-produs bazati pe nucleele de tip sinc si Fejer, mai intai se obtine ordinul de saturatie $1/n$, astfel ca doar functiile constante au ordin de aproximare esential mai bun. Apoi, se demonstreaza ca, pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare $1/n$, sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. In clasa functiilor strict pozitive, pentru acesti operatori max-produs se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare: daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci, pentru n suficient de mare, operatorul max-produs de gradul n atasat functiei f coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avand aplicatii potentiale in teoria semnalelor. Se raspunde astfel obiectivelor 1, 4 si 17 din proiect.

4. Coroianu, L. and Gal, S.G., Saturation results for the Lagrange max-product interpolation operator based on equidistant knots, *Revue d'Anal. Numer. Theor. Approx. (Cluj)*, Editura Academiei Romane, 41(2012), No. 1, 27-41 (recenzata in *Mathematical Reviews & Zentralblatt fur Mathematik*).

In aceasta lucrare, se arata ca ordinul de saturatie pentru operatorul max-produs de interpolare Lagrange pe noduri echidistante este $1/n$, functiile constante fiind singurele care au ordin de aproximare esential mai mic decat $1/n$. Apoi, se arata ca pe subintervale stricte, functiile care au ordinul de aproximare $1/n$, sunt functiile local Lipschitziene pe acele subintervale. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

C. Lucrari publicate in proceedings-uri ale unor conferinte internationale indexate/neindexate ISI

1. Ban, A., Bica, A. and Coroianu, L., Metric properties of the extended weighted semi-trapezoidal approximations of fuzzy numbers and their applications, S. Greco et al. (Eds.), IPMU 2012, Part III, Advances in Computational Intelligence, Communications in Computer and Information Science, vol. 299, pp. 29-38, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012, ISBN: 978-3-642-31717-0 (ISI Proceedings).

Aproximarea semi-trapezoidală extinsă a unui număr fuzzy dat, relativ la distanțe ponderate de tip Euclid, este calculată în acest articol. Sunt demonstrate proprietăți metrice importante, generalizări ale celor existente și cu aplicabilitate în rezolvarea unor probleme de aproximare a numerelor fuzzy. Tema se încadrează în obiectivul 8 din proiect.

2. Ban, A. and Coroianu, L., Weighted semi-trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving the weighted ambiguity, S. Greco et al. (Eds.), IPMU 2012, Part III, Advances in Computational Intelligence, Communications in Computer and Information Science, vol. 299, pp. 49-58, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2012, ISBN: 978-3-642-31717-0 (ISI Proceedings).

Teorema Karush-Kuhn-Tucker și proprietățile metrice demonstrate în articolul prezentat mai sus sunt folosite la calculul aproximării semi-trapezoidale ponderate a unui număr fuzzy cu condiția conservării ambiguității ponderate. Metoda este mai generală decât abordările existente și poate fi aplicată și altor tipuri de aproximare a numerelor fuzzy. Tema se încadrează în obiectivul 8 din proiect.

3. Ban, A., Coroianu, L. and Grzegorzewski, A fixed-shape fuzzy median of a fuzzy sample, Advances in Intelligent Systems Research (Proceedings of the 8th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, Milano 2013), pp. 215-222, Atlantis Press, 2013, ISSN: 1951-6851, ISBN: 978-90786-77-78-9 (ISI Proceedings).

În această lucrare, folosind teorema de scufundare a lui Rådström se găsesc condiții suficiente pentru existența aproximării trapezoidale sau parametrice în raport cu metrici cât mai generale dintre care menționăm metricile de tip L^p sau metricile propuse de Trutschnig et. al. Ca o aplicație importantă se demonstrează că pentru clase generale de metrici există o mediană fuzzy cu forma fixată (triunghiulară, trapezoidală, etc) a unui esanțon finit de numere fuzzy. Tema se încadrează în obiectivul 8 din proiect.

4. Coroianu, L., Fullér, R., On multiplication of interactive fuzzy numbers, 11th IEEE International Symposium on Intelligent Systems and Informatics (SISY 2013), September 26-28, 2013, Subotica, Serbia, ISBN: 978-1-4799-0305-4, pp. 181-185 (IEEE Conference Search).

În această lucrare se studiază egalitatea dintre înmulțirea standard a numerelor fuzzy pozitive, bazată pe principiul extinderii, respectiv înmulțirea prin intermediul așa-numitelor distribuții de posibilitate. Se găsesc condiții necesare și suficiente pentru această egalitate (vezi și lucrarea 7 de la punctul D, unde acest topic se descrie mai detaliat). Acest articol atinge o parte din obiectivul 16 din propunerea de proiect.

5. Coroianu, L., Fullér, R., On additivity of the weighted possibilistic mean operator, 14th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2013), November 19-21, 2013, Budapest, Hungary, acceptată (IEEE Conference Search).

Media posibilistică ponderată este o generalizare a valorii de expectanță. În această lucrare se studiază proprietatea de aditivitate a acestui operator pentru cazul când adunarea numerelor fuzzy este interactivă (vezi lucrarea 5 de la punctul D, pentru mai multe detalii). Rezultatele principale se obțin pe baza unor rezultate din lucrarea 5 de la punctul D. Acest articol atinge o parte din obiectivele 10 și 16 din propunerea de proiect.

D. Lucrari trimise spre publicare

1. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the Bernstein max-product operator, 10 pagini

In clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare pentru operatorul max-produs Bernstein: daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci pentru n suficient de mare, operatorul max-produs Bernstein de gradul n atasat functiei f , coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Bernstein atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avind aplicatii potentiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 1 din proiect.

2. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation and shape preserving properties of the tensor max-product Bernstein operator of two variables in a square with applications in image processing, aprox. 20 pagini.

In aceasta lucrare se studiaza proprietatile de aproximare ale operatorilor max-produs Bernstein de doua variabile. Se arata ca proprietatile obtinute sunt mai bune decat cele ale operatorilor Bernstein clasici de doua variabile. Se prezinta aplicatii la procesarea imaginilor. Astfel, se raspunde obiectivelor 1 si 15 din propunerea de proiect.

3. Coroianu, L. and Gal, S.G., Localization results for the Lagrange max-product interpolation operator based on equidistant knots, 11 pagini.

In clasa functiilor strict pozitive, se demonstreaza urmatorul rezultat puternic de localizare pentru operatorul max-produs Lagrange bazat pe noduri echidistante : daca f si g coincid pe un subinterval strict, atunci pentru n suficient de mare, operatorul max-produs Bernstein de gradul n atasat functiei f , coincide pe un subinterval oricat de aproape de cel initial, cu operatorul max-produs Lagrange atasat functiei g . Acest rezultat permite aproximarea locala a functiilor marginite strict pozitive cu o foarte mare acuratete, avand aplicatii potentiale in procesarea imaginilor si in aproximarea numerelor fuzzy. Se raspunde astfel obiectivelor 1 si 3 din proiect.

4. Coroianu, L., On the Lipschitz continuity of solutions of quadratic programs, 22 pagini.

Majoritatea operatorilor de aproximare fuzzy propusi in ultima vreme verifica proprietatea ca sunt aditivi si pozitiv omogeni pe portiuni in sensul ca spatiul numerelor fuzzy este acoperit de o familie de conuri convexe si pe fiecare astfel de con operatorul de aproximare este aditiv si pozitiv omogen. Se observa ca aproximanta se poate obtine ca si solutie a unei probleme de optimizare cuadratica (quadratic program). In aceasta lucrare se studiaza probleme de optimizare cuadratica pentru a gasi ulterior rezultate privind comportamentul operatorilor de aproximare fuzzy. O proprietate importanta a operatorilor de aproximare fuzzy este cea de continuitate Lipschitz, consecinta a faptului ca ei se pot obtine din probleme de optimizare cuadratica cu parametri. Am demonstrat ca, in anumite conditii, pentru aceste probleme functia solutie admite o estimare Lipschitz in functie de parametri. Acest rezultat implica proprietatea de continuitate a unei clase mari de operatori de aproximare fuzzy. Rezultatele din aceasta lucrare vor fi aplicate pentru operatorii de aproximare fuzzy. Se raspunde astfel obiectivului 9 din proiect.

5. Coroianu, L., Necessary and sufficient conditions for the equality between the interactive and non-interactive sum of two fuzzy numbers, 28 pagini.

Aritmetica fuzzy bazata pe principiul extinderii al lui Zadeh, are uneori dezavantajul ca anumite proprietati care functioneaza in cazul operatiilor uzuale nu se pot extinde pentru cazul numerelor fuzzy. De aceea, multi autori au incercat sa inlocuiasca principiul extinderii prin utilizarea normelor triunghiulare, aceasta fiind o abordare chiar mai generala. Recent, aceasta metoda a fost extinsa mai departe folosindu-se asa-numitele distributii de posibilitate. In aceasta lucrare, in cazul adunarii, se gasesc conditii necesare si suficiente ca adunarea standard a doua numere fuzzy si adunarea bazata pe distributii de posibilitate (joint possibility distribution function) sa coincida. Astfel se gaseste un raspuns la intrebarea deschisa a lui Fullér, Carlsson si Majlander. Acest articol atinge o parte din obiectivul 16 din propunerea de proiect deoarece distributiile de posibilitate se pot construi in particular folosind operatori de agregare.

6. Ban, A. and Coroianu, L., Simplifying the search for efficient ranking of fuzzy numbers, 34 pagini.

Aratam ca in majoritatea cazurilor un index de ordonare poate fi redus la un index de ordonare cu o forma foarte simpla si care genereaza o ordine echivalenta pe multimea numerelor fuzzy. Pe multimea numerelor fuzzy trapezoidale acesti indecsi de ordonare pot fi determinati efectiv si, in plus, pot fi extinsi pentru a ordona numere fuzzy oarecare. Articolul aduce o contributie foarte importanta pentru indeplinirea obiectivului 11 din propunerea de proiect.

E. Monografii de cercetare in curs de elaborare

1. Lucian Coroianu si Sorin Gal (in colaborare cu Barnabas Bede) au realizat aproximativ 90% (mai exact 334 pagini) din manuscrisul monografiei de cercetare "Approximation by Max-Product Type Operators and Applications", solicitata de catre seria "Approximation and Decomposition" a editurii "Imperial College Press, World Scientific Publisher".

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in cursul anului 2014.

2. Adrian Ioan Ban si Lucian Coroianu (in colaborare cu Przemyslaw Grzegorzewski) au realizat aproximativ 50% din monografia de cercetare „Approximations of fuzzy numbers and their applications”, pregatita pentru a fi publicata la editura Springer, in seria „Studies in Fuzziness and Soft Computing”. In acest moment manuscrisul are 360 pagini .

Se preconizeaza ca manuscrisul sa fie finalizat si inaintat editurii in anul 2014.

F. Lucrari in curs de elaborare

1. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G. , Weierstrass functions of max-product type, aprox. 15 pagini.

Lucrarea este aproape de finalizare si raspunde realizarii obiectivului 7 din proiect.

2. Bede, B., Coroianu, L. and Gal, S.G., Approximation by max-product triangular Bernstein operators of two variables, aprox. 20 pag.

Lucrarea este in faza de elaborare si raspunde obiectivelor 1 si 15 din proiect.

3. Ban, A. and Coroianu, L., Symmetric triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition and properties, aprox. 21 pag.

Lucrarea este in etapa finala de redactare. Prin rezultatele obtinute sunt atinse obiectivele 9, 10 si 12 din propunerea de proiect.

4. Ban, A. and Coroianu, L., Existence, uniqueness, calculus and continuity of triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition, aprox. 35 pagini.

Lucrarea este in etapa finala de redactare. Obiectivele 9, 10 si 12 sunt atinse prin rezultatele obtinute.

5. Coroianu, L., Gagolewski, M. and Grzegorzewski, P., Nearest piecewise linear approximation of fuzzy numbers-general case, aprox. 25 pag.

Lucrarea este foarte aproape de forma finala si curand urmeaza sa fie trimisa spre publicare. Prin rezultatele obtinute se raspunde obiectivelor 8 si 9 din proiect.

6. Coroianu, L. and Stefanini, L., General approximation of fuzzy numbers by F-transform, aprox. 45 pag.

Corespunde obiectivelor 8 si 9 din proiect, in plus, rezultatele sunt in stransa legatura cu obiectivele 13 si 14 din propunerea de proiect.

7. Ban, A. and Coroianu, L., Trapezoidal approximation preserving the centroid of fuzzy numbers and applications to multicriteria decision making, aprox 12 pag.

Lucrarea este in legatura cu obiectivele 8 si 16 din propunerea de proiect.

8. Ban, A. and Coroianu, L., Discontinuity of the trapezoidal fuzzy number-valued operators preserving alpha-cut, aprox 10 pag.

Rezultatele obtinute corespund obiectivului 9 din propunerea de proiect.

9. Ban, A., Coroianu, L. and Khastan, A., Conditioned weighted L-R approximations, aprox. 26 pag.

Lucrarea este in faza finala de redactare si corespunde obiectivelor 8 si 9 din propunerea de proiect.

10. Ban, A., Weighted semi-trapezoidal approximation of a fuzzy number preserving the alpha-level and mean core, aprox. 21 pag.

Tema considerata se incadreaza in obiectivul 8 din propunerea de proiect.

Director proiect,
Prof. univ. dr. Sorin G. Gal